

INSTYTUT INFORMATYKI AUTOMATYKI I ROBOTYKI
POLITECHNIKI WROCŁAWSKIEJ
Raport serii ??? nr ??/2006

Algorytm kinematyki odwrotnej typu jakobianu pseudoodwrotnego dla manipulatorów mobilnych.

Mariusz Janiak¹

Słowa kluczowe: przestrzeń endogeniczna, jakobian analityczny,
algorytm sterowania, manipulator mobilny

Wrocław 2006

Spis treści

1	Wprowadzenie	2
2	Podstawowe pojęcia	2
3	Algorytm kinematyki odwrotnej	3
4	Modyfikacja algorytmu standardowego	5
5	Symulacje	5
6	Zakończenie	9

1 Wprowadzenie

System robotyczny złożony z platformy mobilnej z zainstalowanym na niej manipulatorem stacjonarnym nazywamy manipulatorem mobilnym [2]. W ostatnich latach wzrosło zainteresowanie tego typu robotami. Po pierwsze, są one ciekawym obiektem badań dla naukowców zajmujących się robotyką, po drugie — istnieje szerokie pole zastosowań praktycznych dla tego typu konstrukcji takich jak funkcje usługowe, zadania specjalne, zastosowania „rozrywkowe”.

Jednym z kluczowych zagadnień uwzględnianych przy sterowaniu manipulatorem mobilnym jest rozwiązanie zadania kinematyki odwrotnej. Ze względu na charakter ograniczeń, znalezienie kinematyki odwrotnej wymaga wyznaczenia sterowań realizujących ruch robota, a tym samym zaplanowania jego trajektorii. W pracach [1, 3] zaprezentowano algorytmy kinematyki odwrotnej dla nieholonomicznych robotów mobilnych wywodzące się z metody kontynuacji. W artykule [2] przedstawiono metodę endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej unifikującej algorytmy dla robotów stacjonarnych i mobilnych poprzez wprowadzenie wspólnych dla obu typów robotów notacji kinematyki i sformułowaniu problemu kinematyki odwrotnej, wprowadzając uogólnienie algorytmów dla manipulatorów mobilnych. Podstawową wadą przedstawionych tam jakobianowych algorytmów kinematyki odwrotnej jest to, że w rozwiązaniu nie uwzględniają naturalnych ograniczeń nakładanych na zmienne stanu robota przez jego konstrukcję. Przykładem takiego układu z ograniczeniami może być samochód, który ma ograniczone przyspieszenie, jak również kąt skrętu kół przednich. Nieuwzględnienie ograniczeń tego typu przez algorytm powoduje, że trudno będzie go zaimplementować w rzeczywistym robocie.

W pracy zajmiemy się ważonym algorytmem jakobianu pseudoodwrotnego [2], a dokładniej zaproponujemy jego modyfikację polegającą na uzmiennieniu wykorzystywanej w nim normy przestrzeni endogenicznej, co zapewni dodatkowy stopień swobody, pozwalający w pewnym zakresie wpływać na sposób działania algorytmu. Poprzez zmianę normy będziemy kontrolować wartości wybranych zmiennych stanu platformy mobilnej tak, by ograniczyć zakres ich zmian.

Układ pracy jest następujący. Podrozdział drugi zawiera podstawowe pojęcia i sformułowania dotyczące ciągłego zadania kinematyki, jakobianu analitycznego oraz pseudoodwrotności jakobianu. W podrozdziale trzecim zaprezentowano algorytm kinematyki odwrotnej typu ważonego jakobianu pseudoodwrotnego wraz z jego wersją dyskretną z ograniczonym pasmem. W rozdziale czwartym pokazano jak poprzez uzmiennienie normy można ograniczyć wartości wybranej zmiennej stanu platformy mobilnej. Działanie zmodyfikowanego algorytmu kinematyki odwrotnej zilustrowano symulacjami w podrozdziale piątym. Podrozdział szósty podsumowuje otrzymane wyniki.

2 Podstawowe pojęcia

Przedmiotem rozważań jest manipulator mobilny składający się z nieholonomicznej platformy mobilnej z zainstalowanym na niej manipulatorem sztywnym. Oznaczmy posturę platformy przez $q \in \mathbb{R}^n$, wektor sterowań platformy przez $u \in \mathbb{R}^m$, wektor konfiguracji manipulatora przez $x \in \mathbb{R}^p$, zaś wektor pozycji efektora w przestrzeni zadaniowej przez $y \in \mathbb{R}^r$. Przyjmując taką notację, kinematykę manipulatora mobilnego możemy zapisać w postaci bezdryfowego układu sterowania z funkcją wyjścia

$$\begin{cases} \dot{q} = G(q)u = \sum_{i=1}^m g_i(q)u_i, \\ y = k(q, x) = (k_1(q, x), \dots, k_r(q, x)). \end{cases} \quad (1)$$

Przyjmujemy, że występujące w (1) funkcje sterujące są całkowalne z kwadratem na pewnym interwale $[0, T]$, $u(\cdot) \in L_m^2[0, T]$. Dla tak zdefiniowanego układu przestrzeń liniową $\mathcal{X} = L_m^2[0, T] \times \mathbb{R}^p$ będziemy nazywali endogeniczną przestrzenią konfiguracyjną manipulatora mobilnego, a należące do niej pary $(u(\cdot), x)$ jego konfiguracjami endogenicznymi. Przyjmując stałą macierz funkcji wagowych $R(t)$, $R(t) = R^T(t) > 0$, $t \in [0, T]$ oraz dodatniookreśloną macierz wagową $W = W^T > 0$, możemy zdefiniować w przestrzeni \mathcal{X} iloczyn skalarny w następujący sposób

$$\langle (u_1(\cdot), x_1), (u_2(\cdot), x_2) \rangle_{RW} = \int_0^T u_1^T(t)R(t)u_2(t)dt + x_1^T W x_2, \quad (2)$$

¹Praca została wykonana w ramach grantu statutowego

co czyni z \mathcal{X} przestrzeń Hilberta z normą zdefiniowaną jako

$$\|(u(\cdot), x)\|_{RW} = \left(\int_0^T u^T(t)R(t)u(t)dt + x^T W x \right)^{1/2}. \quad (3)$$

Przy ustalonej posturze początkowej platformy $q_0 \in \mathbb{R}^n$ i horyzoncie $T > 0$ odwzorowanie

$$K_{q_0, T} : \mathcal{X} \longrightarrow \mathbb{R}^r$$

zdefiniowane przez

$$K_{q_0, T}(u(\cdot), x) = k(\varphi_{q_0, T}(u(\cdot)), x) = y(t) \quad (4)$$

traktujemy jako kinematykę chwilową manipulatora mobilnego. Odpowiadający jej jacobian analityczny

$$J_{q_0, T}(u(\cdot), x) : \mathcal{X} \longrightarrow \mathbb{R}^r, \quad (5)$$

będący pochodną kinematyki (4), obliczamy następująco

$$J_{q_0, T}(u(\cdot), x)(v(\cdot), w) = \left. \frac{d}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} K_{q_0, T}(u(\cdot) + \alpha v(\cdot), x + \alpha w) = \\ C(T, x) \int_0^T \Phi(T, s) B(s) v(s) ds + D(T, x) w, \quad (6)$$

gdzie $C(t, x) = \frac{\partial k}{\partial q}(q(t), x)$, $\frac{\partial}{\partial t} \Phi(t, s) = A(t) \Phi(t, s)$, $\Phi(s, s) = I_n$, $A(t) = \frac{\partial}{\partial q}(G(q(t))u(t))$, $B(t) = G(q(t))$, $q(t) = \varphi_{q_0, t}(u(\cdot))$, $D(t, x) = \frac{\partial k}{\partial x}(q(t), x)$.

Najważniejszą zaletą wykorzystania jakobianu analitycznego do rozwiązania odwrotnego zadania kinematyki jest zastąpienie nieliniowego równania (4) przez liniowe równanie jacobianowe postaci

$$J_{q_0, T}(u(\cdot), x)(v(\cdot), w) = \eta. \quad (7)$$

W konfiguracjach nieosobliwych istnieje rozwiązanie równania jacobianowego dla dowolnego $\eta \in \mathbb{R}^r$.

3 Algorytm kinematyki odwrotnej

Mając daną kinematykę (4) oraz pozycję zadaną efektora w przestrzeni zadaniowej $y_d \in \mathbb{R}^r$ i położenie początkowe manipulatora $(q_0, x_0) \in \mathbb{R}^{n+p}$, zadanie odwrotne kinematyki dla manipulatora mobilnego polega na znalezieniu, na określonym horyzoncie sterowania T , konfiguracji $(u(\cdot), x) \in \mathcal{X}$ takiej, że $K_{q_0, T}(u(\cdot), x) = y_d$. Załóżmy, że istnieje rozwiązanie odwrotnego zadania kinematyki. Według metody endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej [2] jako to rozwiązanie można przyjąć granice

$$\begin{pmatrix} u_d(t) \\ x_d \end{pmatrix} = \lim_{\theta \rightarrow +\infty} \begin{pmatrix} u_\theta(t) \\ x(\theta) \end{pmatrix} \quad (8)$$

trajektorii układu danego równaniem

$$\frac{d}{d\theta} \begin{pmatrix} u_\theta(t) \\ x(\theta) \end{pmatrix} = -\gamma \left(J_{q_0, T}^\#(u_\theta(\cdot), x(\theta)) e(\theta) \right) (t) = \\ -\gamma \begin{bmatrix} R^{-1}(t) B_\theta^T(t) \Phi_\theta^T(T, t) C_\theta^T(T, x) \\ W^{-1} D_\theta^T(T, x) \end{bmatrix} \mathcal{D}_{q_0, T}^{-1}(u_\theta(\cdot), x(\theta)) e(\theta), \quad (9)$$

gdzie $J_{q_0, T}^\#(u(\cdot), x)$ oznacza prawą pseudoodwrotność jakobianu (5), tzn. $J_{q_0, T}(u(\cdot), x) J_{q_0, T}^\#(u(\cdot), x) = I_r$, $\theta \in \mathbb{R}$, zaś $\mathcal{D}_{q_0, T}^{-1}(u(\cdot), x)$ jest odwrotnością macierzy zrzeczności manipulatora mobilnego danej wzorem

$$\mathcal{D}_{q_0, T}(u(\cdot), x) = D(T, x) W^{-1} D^T(T, x) + \\ C(T, x) \int_0^T \Phi(T, s) B(s) R^{-1}(s) B^T(s) \Phi^T(T, s) ds C^T(T, x), \quad (10)$$

a $e(\theta) = K_{q_0, T}(u_\theta(\cdot), x(\theta)) - yd$ błędem śledzenia trajektorii. Uzyskany tym sposobem algorytm nazywamy ważonym pseudoodwrotnym jacobianowym algorytmem kinematyki odwrotnej dla manipulatorów mobilnych. Z praktycznego punktu widzenia, implementując przedstawiony powyżej algorytm kinematyki odwrotnej, łatwiej operować na skończonej wymiarowej reprezentacji (parametryzacji) endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej niż na niej samej. Do tego zmuszeni jesteśmy do przekształcenia algorytmu z postaci ciągłej na jej dyskretny odpowiednik. By osiągnąć pierwszy cel należy przyjąć ortogonalną bazę w $L_m^2[0, T]$ z funkcjami bazowymi $\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots$, a następnie sterowania platformy $u(t)$ wyrazić w postaci skończonego szeregu funkcji bazowych z odpowiednimi współczynnikami wagowymi. Dzięki tej operacji uzyskamy reprezentację endogenicznej przestrzeni konfiguracyjnej z ograniczonym pasmem

$$(u(t), x) \mapsto (F(t)\lambda, x), \quad (11)$$

gdzie λ jest wektorem zawierającym współczynniki szeregu, $\lambda \in \mathbb{R}^s$, $s = m + \sum_{i=1}^m s_i$, s_i jest długością rozwinięcia i -tej składowej sterowania, a $F(t)$ jest macierzą blokową diagonalną $F(t) = \text{block diag}\{F_1(t), F_2(t), \dots, F_m(t)\}$, której każdy blok składa się z zestawu funkcji bazowych $F_i(t) = [\varphi_0(t), \varphi_1(t), \dots, \varphi_{s_i}(t)]$. Teraz w odniesieniu do (11), wektor sterowań platformy możemy wyrazić w postaci

$$u_i(t) = \sum_{j=0}^{s_i} \lambda_{ij} \varphi_j(t). \quad (12)$$

Łatwo zauważyć, że według formuły (11), dana konfiguracja endogeniczną $(u(\cdot), x) \in \mathcal{X}$ jest reprezentowana przez punkt $(\lambda, x) \in \mathbb{R}^{s+p}$. Ustalając więc s -elementową parametryzację przestrzeni sterowań platformy, otrzymujemy skończone wymiarową endogeniczną przestrzeń konfiguracyjną z ograniczonym pasmem $\tilde{\mathcal{X}} = \mathbb{R}^{s+p}$. Mając na względzie (3) przestrzeń tą można unormować w następujący sposób

$$\|(\lambda, x)\|_{RW} = (\lambda^T P \lambda + x^T W x)^{1/2}, \quad (13)$$

gdzie macierz wagowa $P = \int_0^T F^T(t) R(t) F(t) dt$.

W przyjętej parametryzacji jacobianowi (5) odpowiada jacobian analityczny z ograniczonym pasmem

$$\tilde{J}_{q_0, T}(\lambda, x) : \tilde{\mathcal{X}} \longrightarrow \mathbb{R}^r \quad (14)$$

danej w postaci

$$\tilde{J}_{q_0, T}(\lambda, x) = \left[C(T, x) \int_0^T \Phi(T, s) B(s) F(s) ds \quad D(T, x) \right]. \quad (15)$$

Teraz równanie (9) przyjmuje postać

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\theta} \begin{pmatrix} \lambda(\theta) \\ x(\theta) \end{pmatrix} &= -\gamma \tilde{J}_{q_0, T}^\#(\lambda(\theta), x(\theta)) e(\theta) = \\ &= -\gamma S \tilde{J}_{q_0, T}^T(\lambda(\theta), x(\theta)) \tilde{D}_{q_0, T}^{-1}(\lambda(\theta), x(\theta)) e(\theta), \end{aligned} \quad (16)$$

zawierające macierz zrzeczności zdefiniowaną przez

$$\tilde{D}_{q_0, T}(\lambda(\theta), x(\theta)) = \tilde{J}_{q_0, T}(\lambda(\theta), x(\theta)) S \tilde{J}_{q_0, T}^T(\lambda(\theta), x(\theta)), \quad (17)$$

gdzie $S = \begin{bmatrix} P^{-1} & 0 \\ 0 & W^{-1} \end{bmatrix}$ jest odwrotnością macierzy wagowej.

Ostatecznie postawione na początku tego podrozdziału odwrotne zadanie kinematyki możemy rozwiązać za pomocą ważonego pseudoodwrotnego jacobianowego algorytmu kinematyki odwrotnej z ograniczonym pasmem (16) w postaci dyskretnej określonego poniższą formułą

$$\begin{pmatrix} \lambda^{\theta+1} \\ x^{\theta+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda^\theta \\ x^\theta \end{pmatrix} - \gamma \tilde{J}_{q_0, T}^\#(\lambda(\theta), x(\theta)) e(\theta). \quad (18)$$

Algorytm w tej postaci będziemy dalej nazywali algorytmem standardowym.

4 Modyfikacja algorytmu standardowego

Zmodyfikujemy definicję normy (13) tak, by jej wartość była zależna od krzywej $(\lambda(\theta), x(\theta)) \in \tilde{\mathcal{X}}$

$$\|(\lambda, x)\|_{RW}^\theta = (\lambda^T P^\theta \lambda + x^T W x)^{1/2}. \quad (19)$$

Zabieg ten dostarcza nam dodatkowego stopnia swobody, pozwalającego wpływać na efekt działania algorytmu. Zmieniając odpowiednio normę będziemy kontrolować wartości wybranych zmiennych stanu platformy mobilnej. W szczególności będzie nam zależać by ograniczyć zakres ich zmian.

Ponieważ macierz P określa część macierzy wagowej S , dlatego w dalszych rozważaniach zajmiemy się wyłącznie tą drugą. Przyjmujemy dla uproszczenia, że macierz S jest diagonalna. Rozpiszmy równie (18) tak, by wyeksponować sposób modyfikacji poszczególnych współczynników λ

$$\lambda_i^{\theta+1} = \lambda_i^\theta - \gamma S_i^\theta (\tilde{J}_{1i}^\theta \Delta_1^\theta + \tilde{J}_{2i}^\theta \Delta_2^\theta + \dots + \tilde{J}_{ri}^\theta \Delta_r^\theta), \quad (20)$$

gdzie $i = 1, 2, \dots, s$ oraz

$$\begin{aligned} \Delta_1^\theta &= (\tilde{\mathcal{D}}^\theta)_{11}^{-1} e_1^\theta + (\tilde{\mathcal{D}}^\theta)_{12}^{-1} e_2^\theta + \dots + (\tilde{\mathcal{D}}^\theta)_{1r}^{-1} e_r^\theta, \\ \Delta_2^\theta &= (\tilde{\mathcal{D}}^\theta)_{21}^{-1} e_1^\theta + (\tilde{\mathcal{D}}^\theta)_{22}^{-1} e_2^\theta + \dots + (\tilde{\mathcal{D}}^\theta)_{2r}^{-1} e_r^\theta, \\ &\vdots \\ \Delta_r^\theta &= (\tilde{\mathcal{D}}^\theta)_{r1}^{-1} e_1^\theta + (\tilde{\mathcal{D}}^\theta)_{r2}^{-1} e_2^\theta + \dots + (\tilde{\mathcal{D}}^\theta)_{rr}^{-1} e_r^\theta, \end{aligned}$$

zaś \tilde{J}_{ij}^θ oznacza ij -ty element macierzy $\tilde{J}_{q_0, T}(\lambda(\theta), x(\theta))$, $(\tilde{\mathcal{D}}^\theta)_{ij}^{-1}$ ij -ty element odwrotności macierzy zrzęczności $\tilde{\mathcal{D}}_{q_0, T}^{-1}(\lambda(\theta), x(\theta))$, a e_i^θ i -ty element wektora błędu $e(\theta)$.

Wprowadźmy następujące prawo opisujące ewolucję elementów macierzy wagowej S wzdłuż krzywej $(\lambda(\theta), x(\theta)) \in \tilde{\mathcal{X}}$

$$S_i^\theta = \min \left(S_{i_{max}}, \frac{\varepsilon_i}{\gamma k_{max} |\Gamma_i^{\theta-1}|} \right), \quad (21)$$

gdzie ε_i oznacza maksymalny zakres zmian elementów λ_i , k_{max} maksymalną liczbę kroków algorytmu, $S_{i_{max}}$ maksymalną wartość jaką może przyjąć element S_i oraz

$$\Gamma_i^\theta = (\tilde{J}_{1i}^\theta \Delta_1^\theta + \tilde{J}_{2i}^\theta \Delta_2^\theta + \dots + \tilde{J}_{ri}^\theta \Delta_r^\theta).$$

Zakładając, że $\Gamma_i^{\theta-1} \approx \Gamma_i^\theta$ otrzymamy algorytm ważonego jakobianu pseudoodwrotnego ze zmienną normą

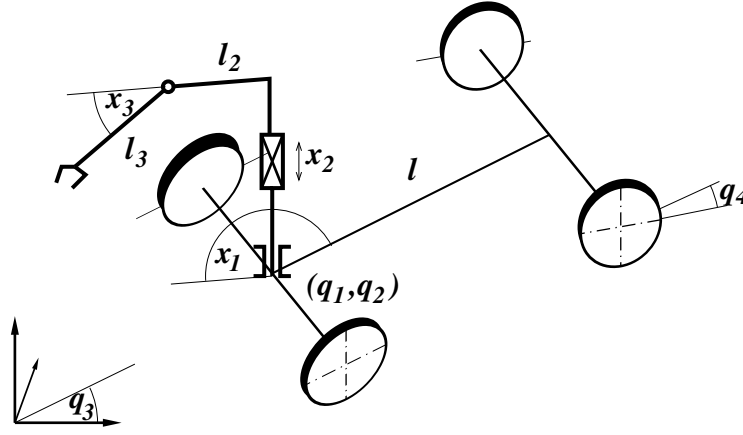
$$\begin{pmatrix} \lambda^{\theta+1} \\ x^{\theta+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \lambda^\theta \\ x^\theta \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{\varepsilon_i}{k_{max}} \text{sign}(\Gamma_i^\theta) \\ \gamma \tilde{J}_{q_0, T}^\theta(\lambda(\theta), x(\theta)) e(\theta) \end{pmatrix}, \quad (22)$$

będący modyfikacją standardowego algorytmu (18) Znając wartość początkową λ_0 oraz zakres zmian ε_i możemy utrzymać wybrany współczynnik λ_i w zadanych granicach, a przez to pośrednio ograniczyć zmianę wartości wybranej współrzędnej stanu platformy mobilnej.

W standardowym algorytmie jakobianu pseudoodwrotnego jako rozwiązanie przyjmuje się granicę (8). Takie rozwiązanie nie może być zastosowane w zmodyfikowanym algorytmie (22) ponieważ przy $k_{max} \mapsto +\infty$ algorytm przestałby działać, $\lambda_i^{\theta+1} = \lambda_i^\theta$. Z praktycznego punktu widzenia nie jest to wielką wadą, ponieważ podczas symulacji często przyjmuje się maksymalną liczbę kroków k_{max} jako warunek stopu algorytmu (18). Dodatkowo w otoczeniu punktu docelowego y_d , $\Gamma_i^\theta \mapsto 0$ konieczne jest wprowadzenie górnego ograniczenia $S_{i_{max}}$ w celu zapewnienia stabilności numerycznej algorytmu (22).

5 Symulacje

Przedstawiony w poprzednim podrozdziale algorytm kinematyki odwrotnej typu ważonego jakobianu pseudoodwrotnego ze zmienną normą, został wykorzystany do sterowania manipulatorem mobilnym, składającym się z platformy mobilnej typu samochód kinematyczny z zainstalowanym na pokładzie manipulatorem o strukturze RTR, rys. 1. Wektor postury platformy $q = (q_1, q_2, q_3, q_4) = (x, y, \phi, \psi) \in \mathbb{R}^4$ składa się z pozycji i orientacji



Rysunek 1: Manipulator RTR zamontowany na samochodzie kinematycznym

platformy oraz kąta skrętu przednich kół. Wektor $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ oznacza konfigurację manipulatora. Współrzędne zadaniowe $y = (y_1, y_2, y_3) \in \mathbb{R}^3$ związane są z kartezjańską pozycją efektora manipulatora. Kinematykę (1) tak skonstruowanego manipulatora mobilnego możemy zapisać w następujący sposób

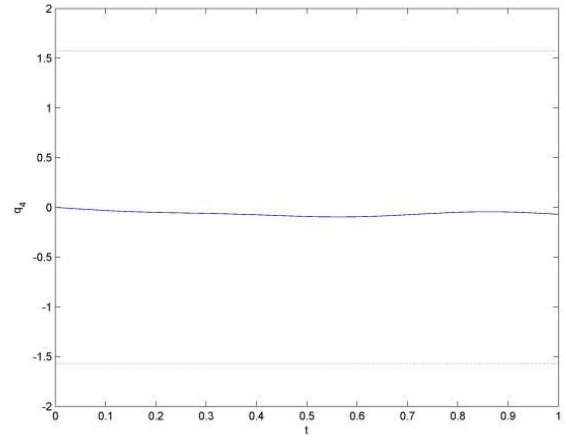
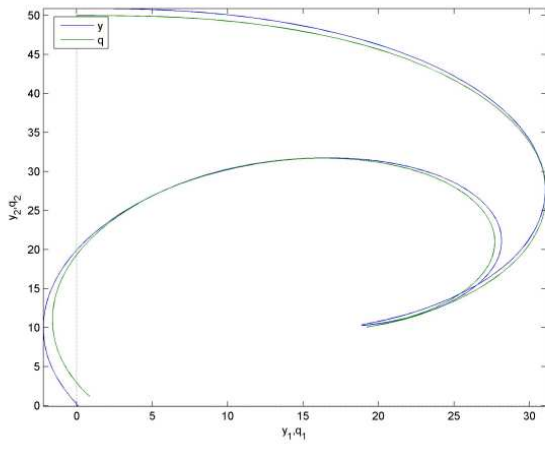
$$\begin{cases} \dot{q}_1 = u_1 \cos q_3 \cos q_4, & \dot{q}_2 = u_1 \sin q_3 \cos q_4, \\ \dot{q}_3 = u_1 \sin q_4, & \dot{q}_4 = u_2, \end{cases}$$

$$y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 + (l_2 + l_3 \cos x_3) \cos(q_3 + x_1) \\ q_2 + (l_2 + l_3 \cos x_3) \sin(q_3 + x_1) \\ x_2 + l_3 \sin x_3 \end{pmatrix}.$$

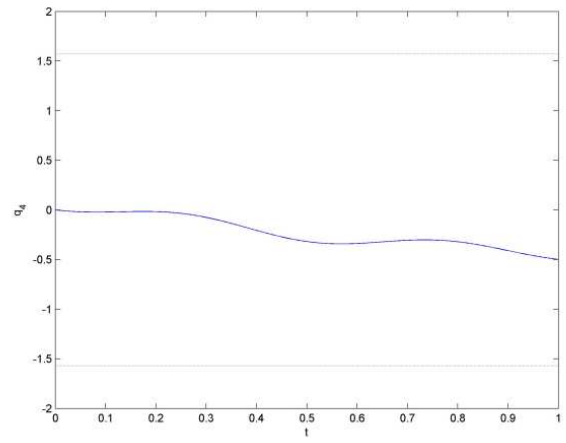
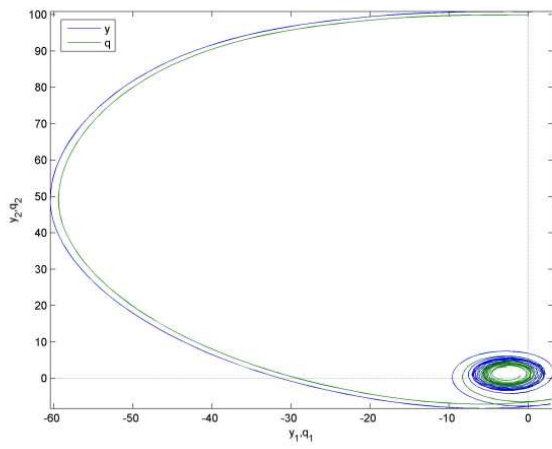
W symulacjach każde ze składowych sterowania reprezentowano za pomocą dwóch harmonicznych $s_1 = s_2 = 2$ w bazie Furiera: $\varphi_0 = 1$, $\varphi_1 = \sin 2\pi t$, $\varphi_2 = \cos 2\pi t$, $\varphi_3 = \sin 4\pi t$, $\varphi_4 = \cos 4\pi t$. Okres sterowania wynosił $T = 1$. Analizowany problem polegał na rozwiązaniu odwrotnego zadania kinematyki tak, by jednocześnie ograniczyć kąt skrętu przednich kół platformy do zbioru wartości $q_4 \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Stąd algorytm (22) zastosowano w taki sposób, by ograniczyć sterowanie u_2 , czyli wyłącznie dla współczynników $\lambda_{6,7,\dots,10}$, związanych z tym sterowaniem. Przedstawione poniżej symulacje przeprowadzono dla trzech różnych początkowych położeń platformy, oznaczonych przez C_1 , C_2 , C_3 (kolejno coraz dalej od celu) przy niezminionej początkowej jej orientacji i położeniu jej kół, stałej konfiguracji początkowej manipulatora, takich samych wartościach λ_0 , y_d , k_{max} , $S_{i_{max}}$, ϵ_i , R_0 , R oraz W . Wyniki symulacji zebrane zostały w tab. 1. Dla porównania zamieszczono w niej również wyniki symulacji dla standardowego algorytmu. Ścieżki ruchu manipulatora mobilnego oraz odpowiadające im trajektorie q_4 dla algorytmu ze zmienną normą pokazano na rys. 2-4. Analogiczne rozwiązania uzyskane ze standardowego algorytmu zamieszczono na rys. 5-7

Tabela 1: Wyniki symulacji.

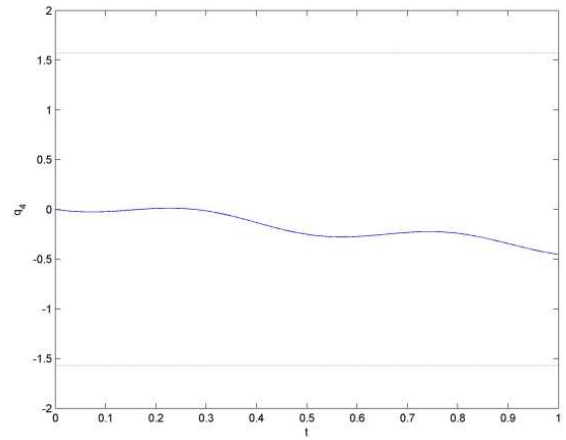
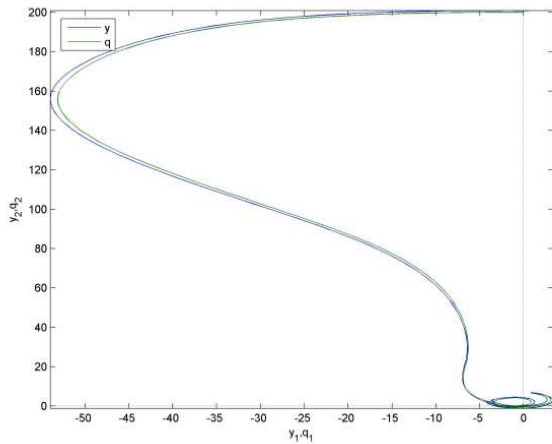
Algorytm	Zmienna norma ZN			Stała norma SN		
	C_1	C_2	C_3	C_1	C_2	C_3
Punkt						
Liczba kroków	54	86	72	173	500	500
Błąd końcowy	$5.29 \cdot 10^{-7}$	$5.64 \cdot 10^{-7}$	$8.62 \cdot 10^{-7}$	$6.67 \cdot 10^{-7}$	102	203
$q_4 \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$	TAK	TAK	TAK	NIE	NIE	NIE



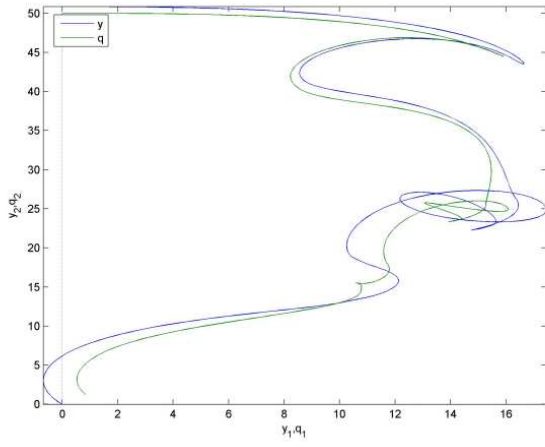
Rysunek 2: Ścieżka ruchu robota oraz trajektoria q_4 , punkt C_1 , alg. ZN .



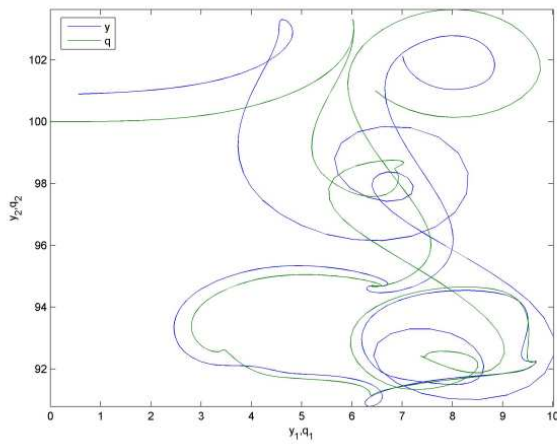
Rysunek 3: Ścieżka ruchu robota oraz trajektoria q_4 , punkt C_2 , alg. ZN .



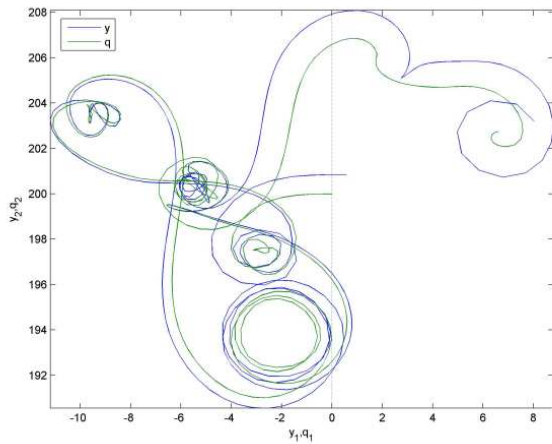
Rysunek 4: Ścieżka ruchu robota oraz trajektoria q_4 , punkt C_3 , alg. ZN .



Rysunek 5: Ścieżka ruchu robota oraz trajektoria q_4 , punkt C_1 , alg. SN .



Rysunek 6: Ścieżka ruchu robota oraz trajektoria q_4 , punkt C_2 , alg. SN .



Rysunek 7: Ścieżka ruchu robota oraz trajektoria q_4 , punkt C_3 , alg. SN .

6 Zakończenie

Wprowadzenie modyfikacji do standardowej wersji algorytmu ważonego jacobianu pseudoodwrotnego w postaci zmiennej normy pozwala wpływać na działanie algorytmu tak, by ograniczyć wartości wybranych zmiennych stanu manipulatora mobilnego. Jako przykład w pracy przedstawiono zastosowanie algorytmu ze zmienną normą do ograniczenia kąta skrętu przednich kół platformy mobilnej typu samochód kinematyczny. Symulacje pokazały, że po wprowadzeniu modyfikacji algorytm kinematyki odwrotnej znajduje rozwiązanie w mniejszej liczbie kroków oraz dla większych odległości od celu. W przykładach algorytm ze stałą normą znalazł rozwiązanie jedynie dla punktu C_1 , kiedy to po modyfikacji rozwiązał każde z trzech postawionych zadań. Ponadto w każdym z badanych przypadków przy stałej normie wartości zmiennej stanu q_4 wykraczały z przedziału $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$. Dalsze badania będą miały na celu wyjaśnienie mechanizmów przyczyniających się do polepszenia wyników generowanych przez algorytm ze zmienną normą. Będziemy również chcieli zastosować prezentowany algorytm do sterowania innymi rodzajami manipulatorów mobilnych.

Literatura

- [1] J.T. Wen A. Divelbiss, S. Seereeram. *Kinematic path planning for robots with holonomic and nonholonomic constraints*. New York, Springer-Verlag 1998, s. 127 – 150.
- [2] J. Jakubiak K. Tchoń. Endogenous configuration space approach to mobile manipulators: a derivation and performance assessment of jacobian inverse kinematics algorithms. *Int. J. Control.*, 2003, volume 76, number 14, s. 1387–1419.
- [3] E.D. Sontag. *A general approach to path planning for systems without drift*. New York, Springer-Verlag 1998, s. 151 – 168.

Mariusz Janiak
Instytut Informatyki Automatyki i Robotyki
Politechniki Wrocławskiej
ul. Janiszewskiego 11/17
50-372 Wrocław

Niniejszy raport otrzymują:

1. OINT - 1 egz.
3. Autor - 3 egz.

Razem : 4 egz.

Raport wpłynął do redakcji I-6
w maju 2006 roku.